

КЕРВЕНЕВ КАБЫЛГАЗЫ ЕРЖЕПУЛЫ

«ВЛОЖЕНИЯ ПРОСТРАНСТВ НИКОЛЬСКОГО-БЕСОВА С ДОМИНИРУЮЩЕЙ СМЕШАННОЙ ГЛАДКОСТЬЮ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ»

АННОТАЦИЯ

диссертации на соискание степени доктора философии (PhD) по образовательной программе 8D05401 – Математика

Актуальность темы. Теоремы вложения, теоремы о следах и продолжениях играют важную роль во многих областях математики и её приложений, включая теорию приближений, краевые задачи математической физики, численные методы и другие направления. Теория вложения пространств дифференцируемых функций многих переменных берет своё начало с работ С.Л. Соболева. Эта теория изучает связи между дифференциальными (гладкостными) свойствами функций в различных метриках. В дальнейшем она была развита в исследованиях новых функциональных пространств в трудах С.М. Никольского, О.В. Бесова, П.И. Лизоркина, Х. Требеля и многих других ученых.

С 1960-х годов активизировались исследования пространств с доминирующей смешанной производной. Основоположниками этого направления являются С.М. Никольский, А.Д. Джабраилов и Т.И. Аманов. Пространства с доминирующей смешанной производной и смешанной метрикой всесторонне исследовались в трудах А.П. Унинского. Интерес к изучению таких пространств сохраняется, особенно в контексте задач теории приближений. В развитие этого направления исследований значительный вклад внесли работы В.Н. Темлякова, А.С. Романюка, Е.Д. Нурсултанова, Г.А. Акишева, Д.Б. Базарханова, Н.Т. Тлеухановой, К.А. Бекмаганбетова и Е. Толеугазы.

Диссертационная работа продолжает исследования в данном направлении. Актуальность темы обусловлена тем, что пространства гладких функций с различными метрическими свойствами по разным переменным (пространства, построенные на основе смешанной метрики) еще недостаточно изучены. Это связано с тем, что исследовательский аппарат для соответствующих пространств был разработан сравнительно недавно и продолжает интенсивно развиваться. В диссертации продолжается развитие теории пространств Никольского-Бесова с доминирующей смешанной производной и смешанной метрикой и показано её применение к задачам теории приближений. Особенно важно отметить, что в последние годы методы теории приближений используются в разработке алгоритмов искусственного интеллекта.

Цель работы. Исследование интерполяционных свойств пространств Никольского-Бесова с доминирующей смешанной производной и смешанной

метрикой, получение теорем вложения, теорем о следах и продолжениях. Определение порядков ортопроекционных и тригонометрических поперечников классов Никольского-Бесова в метрике анизотропных пространств Лоренца.

Задачи исследования. Изучить свойства пространств Никольского-Бесова и рассмотреть задачи теории приближений в этих пространствах. А именно изучить следующие вопросы:

Описать интерполяционные пространства для пространств Никольского-Бесова с доминирующей смешанной производной и смешанной метрикой;

Получить предельные теоремы вложения разных метрик для пространств Никольского-Бесова и анизотропных пространств Лоренца;

Доказать теоремы о следах и продолжениях функций для пространств Никольского-Бесова;

Получить точные оценки порядков ортопроекционных и тригонометрических поперечников для пространств Никольского-Бесова с доминирующей смешанной производной и смешанной метрикой в метрике анизотропных пространств Лоренца.

Методы исследования. Методы теории интерполяции, неравенства для тригонометрических многочленов и функций экспоненциального типа, методы функционального анализа, теории вложений и гармонического анализа.

Научная новизна. Получены следующие новые научные результаты:

1. Описаны интерполяционные пространства для пространств Никольского-Бесова с доминирующей смешанной производной и смешанной метрикой.

2. Получены предельные теоремы вложения для анизотропных пространств Лоренца и пространств Никольского-Бесова с доминирующей смешанной производной и смешанной метрикой.

3. Доказаны теоремы о следах и продолжениях для пространств Никольского-Бесова с доминирующей смешанной производной и смешанной метрикой.

4. Получены точные оценки порядков ортопроекционных поперечников классов Никольского-Бесова с доминирующей смешанной производной и смешанной метрикой.

5. Получены точные оценки порядков ортопроекционных и тригонометрических поперечников для пространств Никольского-Бесова с доминирующей смешанной производной и смешанной метрикой в метрике анизотропных пространств Лоренца.

Содержание исследования. В первой главе исследуются пространства Никольского-Бесова с доминирующей смешанной производной и смешанной метрикой на торе T^n . Здесь получены интерполяционные теоремы для таких пространств относительно метода анизотропной интерполяции. Для рассматриваемых пространств и анизотропных пространств Лоренца доказаны предельные теоремы вложений разных метрик, показано, что они не

улучшаемые; доказаны теоремы о следах и продолжениях. Во второй части диссертации исследуются аналогичные задачи из первой части для пространств Никольского-Бесова с доминирующей смешанной производной и смешанной метрикой в случае функций, определенных в пространстве \mathbb{R}^n . В третьей части диссертации рассматриваются две задачи теорий приближения в пространстве Никольского-Бесова с доминирующей смешанной производной. В частности, для соотношения параметров некоторых классов и пространств была рассчитана точная оценка порядка ортопроекторной и тригонометрической поперечников класса Никольского-Бесова с доминирующей смешанной производной и смешанной метрикой в метрике пространств Лоренца.

Научная и практическая значимость. Все результаты, полученные в диссертации, являются новыми. Их научная значимость заключается в дальнейшем развитии теории функций с анизотропным поведением и разработке нового аппарата для изучения таких функций. Работа носит теоретический фундаментальный характер, ее результаты могут найти различные применения в других разделах математики и ее приложениях (краевые задачи для уравнений математической физики, теория аппроксимации и вычислительная математика).

Связь работы с другими научно-исследовательскими работами. Диссертационная работа выполнена в рамках проекта, финансируемого из государственного бюджета:

AP08855579 «Функциональные пространства и смежные вопросы теории приближений и дифференциальных уравнений».

AP19677486 «Анизотропные проблемы в теории функциональных пространств и в теории приближений».

Тема диссертационного исследования по направлению «Естественные науки» соответствует приоритетному направлению «Интеллектуальный потенциал страны», специализированному научному направлению фундаментальные и прикладные исследования в области математики, механики, астрономии, физики, химии, биологии, информатики и географии.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 12 работах (8 статей и 4 тезиса). Из них 4 статьи в журналах баз Web of Science и Scopus (3 статьи в журналах с более чем 35 перцентилями), 4 статьи в материалах международных научных конференций.

Достоверность результатов. Подтверждается конструктивностью применяемых методов и доказательствами всех утверждений в виде теорем.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы были изложены на следующих конференциях:

- Традиционная международная апрельская научная конференция, посвященная 75-летию академика Т.Ш. Кальменова и Дню работников Казахстанской науки (Алматы, 2021).

- Международная научно-практическая конференция «Проблемы современной фундаментальной и прикладной математики», посвященная 30-

летию Независимости Республики Казахстан и 20-летию Казахстанского филиала Московского университета (Астана, 2021).

- IX Международная научная конференция «Проблемы дифференциальных уравнений, анализа и алгебры» (Актобе, 2022).

- Международная научно-практическая конференция «Анализ, дифференциальные уровни и их применение», посвященная 100-летию со дня рождения член-корреспондента АН КазССР, доктора физико-математических наук, профессора Т. И. Аманова (Астана, 2023).

Кроме того, индивидуальные результаты работы обсуждались на следующих научных семинарах:

1. «Функциональный анализ и его применения» (руководители: академики НАН РК М. Отелбаев и Р. Ойнаров, профессора Е.Д. Нурсултанов и К.Н. Оспанов).

2. «Современные проблемы математики» (руководители: профессора Е.Д. Нурсултанов и К.А. Бекмаганбетов. Казахстанский филиал Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова).

3. «Дифференциальные операторы и их приложения» (руководитель: профессор М.И. Рамазанов. Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова).

4. «Методы теории усреднений и применения» (руководитель: профессор Г.А. Чечкин. Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова).

5. «Качественные свойства решений квазилинейных обыкновенных дифференциальных уравнений» (руководитель: профессор И.В. Астахова. Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова).

Вклад докторанта в подготовку каждой публикации. В 12 работах, написанных в соавторстве с научными консультантами и соавторами. Научные консультанты поставили задачи и выбрали методологию исследования, а докторант самостоятельно сформулировал основные и вспомогательные результаты, доказал их.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Нумерация теорем и формул трехзначная: первая цифра - это номер раздела, вторая цифра – это номер раздела, а третья-это собственный номер теорем и формул в пункте. Объем диссертации - 70 страниц.

Количество использованных источников - 61.

Ключевые слова: Пространства Никольского-Бесова, анизотропные пространства Лоренца, доминирующая смешанная производная, смешанная метрика, метод анизотропной интерполяции, теоремы вложения, теоремы о следах и продолжениях, ортопроекционные и тригонометрические поперечники.